

MODUL 01

DASAR PENGUKURAN DAN KETIDAKPASTIAN

1. TUJUAN

- 1.1. Mampu menggunakan dan memahami alat-alat ukur dasar dan menentukan NST (Nilai Skala Terkecil) dari berbagai alat ukur,
- 1.2. Mampu menentukan ketidakpastian pada pengukuran tunggal dan berulang,
- 1.3. Dapat mengaplikasikan konsep ketidakpastian dan angka berarti dalam pengolahan hasil pengukuran.

2. ALAT DAN BAHAN

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| 2.1. Penggaris plastik, | 2.2. Busur derajat, |
| 2.3. Amperemeter, | 2.4. Bola besi, |
| 2.5. Voltmeter, | 2.6. Balok kuningan/almunium, |
| 2.7. Termometer, | 2.8. Hidrometer, |
| 2.9. Mikrometer sekrup, | 2.10. <i>Stopwatch</i> , |
| 2.11. Jangka sorong, | 2.12. Barometer laboratorium, |
| 2.13. Neraca teknis. | 2.14. Mikroskop |

3. TEORI DASAR

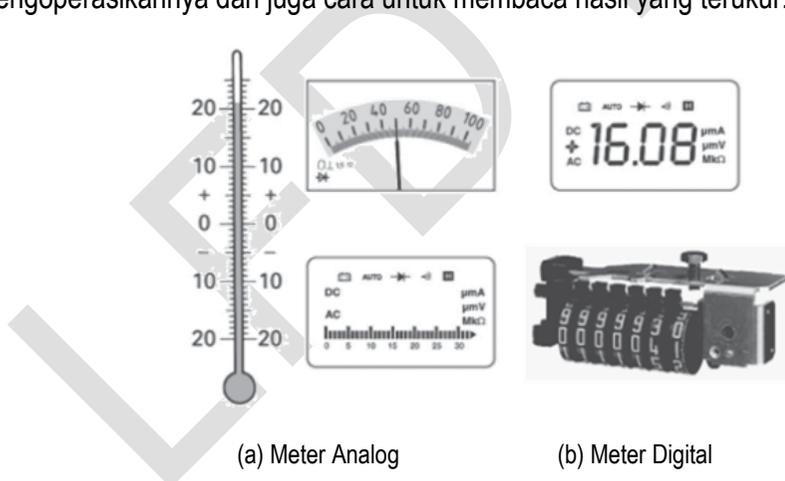
3.1 Alat Ukur Dasar

Alat ukur adalah perangkat untuk menentukan nilai atau besaran dari suatu kuantitas atau variabel fisis. Pada umumnya, alat ukur dasar terbagi menjadi dua jenis, yaitu alat ukur analog dengan sistem analog dan alat ukur digital dengan sistem digital.

Alat ukur analog memberikan hasil ukuran yang bernilai kontinu, misalnya penunjukan temperatur dalam ditunjukkan oleh skala, penunjuk jarum pada skala meter, atau penunjukan skala elektronik (Gambar 1.1.a). Alat ukur digital memberikan hasil pengukuran yang bernilai diskrit. Hasil pengukuran tegangan atau arus pada meter digital merupakan sebuah nilai dengan jumlah digit tertentu yang ditunjukkan pada panel display-nya (Gambar 1.1.b).

Suatu pengukuran selalu disertai oleh ketidakpastian, diantaranya disebabkan oleh Nilai Skala Terkecil (*NST*), kesalahan kalibrasi, kesalahan titik nol, kesalahan paralaks, fluktuasi parameter pengukuran dan lingkungan yang saling mempengaruhi serta keterampilan pengamat. Dengan demikian, amat sulit untuk mendapatkan nilai sebenarnya suatu besaran melalui pengukuran. Beberapa panduan akan disajikan dalam modul ini tentang cara memperoleh hasil pengukuran seteliti mungkin serta cara melaporkan ketidakpastian yang menyertainya.

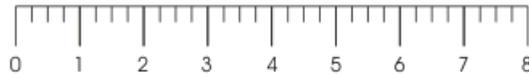
Beberapa alat ukur dasar yang akan dipelajari dalam praktikum ini adalah jangka sorong, mikrometer sekrup, barometer, neraca teknis, penggaris, busur derajat, *stopwatch* dan beberapa alat ukur besaran listrik. Masing-masing alat ukur memiliki cara untuk mengoperasikannya dan juga cara untuk membaca hasil yang terukur.



Gambar 1.1. Penunjukan meter analog dan digital.

Nilai Skala Terkecil

Pada setiap alat ukur terdapat suatu nilai skala yang tidak dapat lagi dibagi-bagi, inilah yang disebut Nilai Skala Terkecil (*NST*). Ketelitian alat ukur bergantung pada *NST* ini. Pada Gambar 1.2 di bawah ini tampak bahwa $NST = 0,25$ satuan.



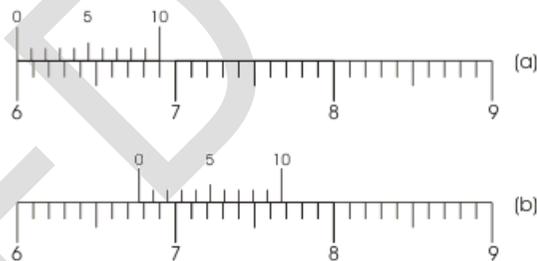
Gambar 1.2. Skala utama suatu alat ukur dengan $NST = 0,25$ satuan.

Nonius

Skala nonius akan meningkatkan ketelitian pembacaan alat ukur. Umumnya, terdapat suatu pembagian sejumlah skala utama dengan sejumlah skala nonius yang akan menyebabkan garis skala titik nol dan titik maksimum skala nonius berimpit dengan skala utama. Cara membaca skalanya adalah sebagai berikut:

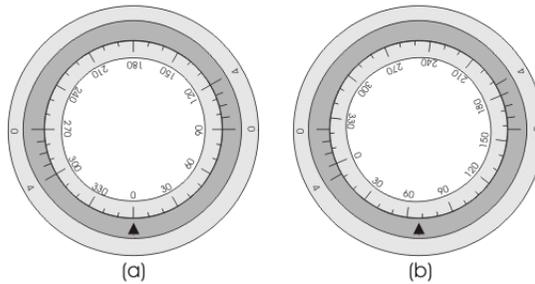
1. Baca posisi 0 dari skala nonius pada skala utama,
2. Angka desimal (di belakang koma) dicari dari skala nonius yang berimpit dengan skala utama.

Pada gambar 1.3, ditunjukkan contoh alat ukur dengan NST skala utama 0,1 satuan dengan 9 skala utama M dan 10 skala nonius N.



Gambar 1.3. Skala utama dan nonius dengan $M = 9$, $N = 10$.

Pada Gambar 1.3 (b), hasil pembacaan tanpa nonius adalah 6,7 satuan dan dengan nonius adalah $6,7 + \frac{7}{10} \times (10 - 9) \times 0,1 = 6,77$ satuan karena skala nonius yang berimpit dengan skala utama adalah skala ke 7 atau $N_1 = 7$. Terkadang skala utama dan nonius dapat berbentuk lingkaran seperti yang dijumpai pada meja putar untuk alat spektroskopi yang ditunjukkan oleh Gambar 1.4, dengan nilai $NST = 10^\circ$, $M = 3$, $N = 4$.



Gambar 1.4. Skala utama berbentuk lingkaran

Dalam Gambar 1.4 (b) pengukuran posisi terkecil (skala kanan), dapat dilihat bahwa pembacaan tanpa nonius memberikan hasil 150° , sedangkan dengan menggunakan nonius hasilnya adalah $150 + \frac{3}{4} \times (4 - 3) \times 10 = 157,5^\circ$.

3.2 Parameter Alat Ukur

Beberapa istilah dan definisi dalam pengukuran yang harus dipahami diantaranya adalah :

- Akurasi, kedekatan alat ukur membaca pada nilai yang sebenarnya dari variabel yang diukur,
- Presisi, hasil pengukuran yang dihasilkan dari proses pengukuran, atau derajat untuk membedakan satu pengukuran dengan lainnya,
- Kepekaan, rasio dari sinyal output atau tanggapan alat ukur perubahan input atau variabel yang diukur,
- Resolusi, perubahan terkecil dari nilai pengukuran yang mampu ditanggapi oleh alat ukur,
- Kesalahan, angka penyimpangan dari nilai sebenarnya variabel yang diukur.

3.3 Ketidakpastian

Suatu pengukuran selalu disertai oleh ketidakpastian, diantaranya disebabkan oleh Nilai Skala Terkecil (NST), kesalahan kalibrasi, kesalahan titik nol, kesalahan pegas, adanya gesekan, kesalahan paralaks, fluktuasi parameter pengukuran dan lingkungan

yang sangat mempengaruhi hasil pengukuran. Hal tersebut disebabkan karena sistem yang diukur mengalami suatu gangguan. Dengan demikian, sangat sulit untuk mendapatkan nilai sebenarnya suatu besaran melalui pengukuran. Oleh sebab itu, setiap hasil pengukuran harus dilaporkan dengan ketidakpastiannya.

Ketidakpastian dibedakan menjadi dua, yaitu ketidakpastian mutlak dan relatif. Masing-masing ketidakpastian dapat digunakan dalam pengukuran tunggal dan berulang.

Ketidakpastian Mutlak

Ketidakpastian mutlak adalah suatu nilai ketidakpastian yang disebabkan karena keterbatasan alat ukur itu sendiri. Pada pengukuran tunggal, ketidakpastian yang umumnya digunakan bernilai setengah dari *NST*. Untuk suatu besaran *X* maka ketidakpastian mutlaknya dalam pengukuran tunggal adalah:

$$\Delta x = \frac{1}{2} NST \quad (1.1)$$

dengan hasil pengukurannya dituliskan sebagai berikut:

$$X = x \pm \Delta x \quad (1.2)$$

Penulisan hasil pengukuran berulang dapat dilakukan dengan berbagai cara, diantaranya adalah menggunakan kesalahan $\frac{1}{2}$ - rentang atau bisa juga menggunakan Standar Deviasi (Simpangan Baku).

Kesalahan $\frac{1}{2}$ - Rentang

Pada pengukuran berulang, ketidakpastian dituliskan tidak lagi seperti pada pengukuran tunggal. Kesalahan $\frac{1}{2}$ - rentang merupakan salah satu cara untuk menyatakan ketidakpastian pada pengukuran berulang. Cara untuk melakukannya adalah sebagai berikut:

- a. Kumpulkan sejumlah hasil pengukuran variabel *x*, misalnya *n* buah, yaitu x_1, x_2, \dots, x_n
- b. Cari nilai rata-ratanya yaitu \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (1.3)$$

- c. Tentukan x_{\max} dan x_{\min} dari kumpulan data x tersebut dan ketidakpastiannya dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\Delta x = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2} \quad (1.4)$$

- d. Penulisan hasilnya sebagai berikut :

$$x = \bar{x} \pm \Delta x \quad (1.5)$$

Untuk lebih jelasnya, sebuah contoh hasil pengukuran (dalam mm) suatu besaran x yang dilakukan empat kali yaitu: 153,2 ; 153,6 ; 152,8; dan 153,0. Rata-ratanya adalah:

$$\bar{x} = \frac{153,2 + 153,6 + 152,8 + 153,0}{4} = 153,2 \text{ mm}$$

Nilai terbesar dalam hasil pengukuran tersebut adalah 153,6 mm dan nilai terkecilnya adalah 152,8 mm, maka rentang pengukurannya adalah :

$$(153,6 - 152,8) = 0,8 \text{ mm}$$

sehingga ketidakpastian pengukuran adalah :

$$\Delta x = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ mm}$$

maka hasil pengukuran yang dilaporkan adalah :

$$x = (153,2 \pm 0,4) \text{ mm}$$

Standar Deviasi (Simpangan Baku)

Bila dalam pengamatan dilakukan n kali pengukuran dari besaran x dan terkumpul data x_1, x_2, \dots, x_n , maka nilai rata-rata dari besaran ini adalah:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (1.6)$$

Besar simpangan nilai rata-rata tersebut terhadap nilai sebenarnya (x_0 , yang tidak mungkin kita ketahui *nilai sebenarnya*) dinyatakan oleh **simpangan baku**, yakni:

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{(n-1)}} = \sqrt{\frac{n \sum_{j=1}^n x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^n x_j\right)^2}{n(n-1)}} \quad (1.7)$$

Standar deviasi yang diberikan oleh persamaan (1.7) di atas menyatakan bahwa nilai benar dari besaran x terletak dalam selang $(\bar{x} - s_x)$ sampai $(\bar{x} + s_x)$. Jadi penulisan hasil pengukurannya adalah $x = \bar{x} \pm s_x$.

Ketidakpastian Relatif

Ketidakpastian relatif adalah ukuran ketidakpastian yang diperoleh dari perbandingan antara ketidakpastian mutlak dengan hasil pengukurannya, yaitu:

$$KTP \text{ relatif} = \frac{\Delta x}{x} \quad (1.8)$$

Apabila menggunakan KTP relatif maka hasil pengukuran dilaporkan sebagai

$$X = x \pm (KTP \text{ relatif} \times 100\%) \quad (1.9)$$

3.4. Ketidakpastian pada Fungsi Variabel (Perambatan Ketidakpastian)

Jika suatu variabel merupakan fungsi dari variabel lain yang disertai oleh ketidakpastian, maka variabel ini akan disertai pula oleh ketidakpastian. Hal ini disebut sebagai perambatan ketidakpastian, misalkan dari suatu pengukuran diperoleh nilai $(a \pm \Delta a)$ dan $(b \pm \Delta b)$. Ketidakpastian suatu variabel yang merupakan hasil operasi dari kedua variabel tersebut dapat dihitung dengan rumusan seperti dalam Tabel 1.1.

Tabel 1.1. Contoh perambatan ketidakpastian.

Variabel	Operasi	Hasil	Ketidakpastian
$a \pm \Delta a$ $b \pm \Delta b$	Penjumlahan	$p = a + b$	$\Delta p = \Delta a + \Delta b$
	Pengurangan	$q = a - b$	$\Delta q = \Delta a + \Delta b$
	Perkalian	$r = a \times b$	$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

	Pembagian	$s = \frac{a}{b}$	$\frac{\Delta s}{s} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$
	Pangkat	$t = a^n$	$\frac{\Delta t}{t} = n \frac{\Delta a}{a}$

Angka Berarti (*Significant Figures*)

Angka berarti (*AB*) menunjukkan jumlah digit angka yang akan dilaporkan pada hasil akhir pengukuran. *AB* berkaitan dengan *KTP* relatif (dalam %). Semakin kecil *KTP* relatif maka semakin tinggi mutu pengukuran atau semakin tinggi ketelitian hasil pengukuran yang dilakukan. Aturan praktis yang menghubungkan antara *KTP* relatif dan *AB* adalah sebagai berikut:

$$AB = 1 - \log(KTP \text{ relatif}) \quad (1.10)$$

Sebagai contoh suatu hasil pengukuran dan cara menyajikannya untuk beberapa *AB* dapat dilihat dalam Tabel 1.2.

Tabel 1.2. Contoh penggunaan *AB*.

Nilai yang terukur	<i>KTP</i> relatif (%)	<i>AB</i>	Hasil penulisan
$1,202 \times 10^3$	0,1	4	$(1,202 \pm 0,001) \times 10^3$
	1	3	$(1,20 \pm 0,01) \times 10^3$
	10	2	$(1,2 \pm 0,1) \times 10^3$

3.5. Analisis Regresi

Analisis regresi adalah analisis untuk mempelajari bentuk hubungan antara suatu variabel bebas (*x*) dengan suatu variabel tak bebas (*y*). Biasanya variabel bebas (*x*) merupakan variabel yang dapat diatur oleh peneliti seperti massa beban, panjang beban, dan lain-lain pada kasus tertentu. Variabel tak bebas (*y*) merupakan variabel yang diukur dan perubahannya merupakan respon dari perubahan pada variabel bebas (*x*). Sebagai contoh, pada fenomena osilasi bandul matematis, perubahan panjang tali (*L*) akan membuat periode bandul (*T*) berubah, sehingga *L* merupakan variabel bebas dan *T* merupakan variabel tak bebas. Terdapat berbagai macam regresi seperti regresi linier, regresi logistik, dan regresi polinomial. Penggunaan jenis regresi disesuaikan dengan

kecenderungan dari data yang diperoleh, atau berdasarkan hukum-hukum fisis, jika memang hukum yang mendeskripsikan hubungan kedua variabel x dan y telah diketahui.

3.6. Regresi Linier

Pada regresi linier variabel tak bebas (y) dianggap berbanding lurus terhadap variabel bebas (x). Hubungan keduanya diberikan oleh persamaan linear $y = a + bx$, dengan a dan b merupakan konstanta. Jika kita menyajikan variabel y dan x dalam bentuk grafik, konstanta b merupakan gradien dari grafik y terhadap x . Analisis regresi linear dimaksudkan untuk menentukan nilai a dan b yang tepat, sehingga hubungan linear tersebut terpenuhi. Analisis tersebut dapat dilakukan menggunakan alat bantu (kalkulator atau komputer), secara manual menggunakan metode kuadrat terkecil (*least square*), maupun melalui analisis grafik.

Metode Regresi Linear dengan Kalkulator Casio FX-991 1D Plus

1. Tekan tombol MODE yang berada di kanan atas



Gambar 1.5. Tampilan Ketika Tombol MODE Ditekan.

2. Tekan tombol 3 untuk memilih STAT
3. Tekan tombol 2 untuk memilih A+Bx
4. Isi variabel x dan variabel y sesuai dengan data yang dimiliki
5. Tekan tombol AC
6. Tekan tombol SHIFT di kiri atas lalu tekan tombol 1 untuk mengakses STAT/DIS
7. Tekan tombol 5 untuk mengakses Reg
8. Tekan tombol 2 untuk mengakses B (Jika pada langkah 3 persamaan regresi merupakan $B+Ax$ maka tekan tombol 1 untuk mengakses A)
9. Tekan tombol = untuk menampilkan hasilnya.

Metode Regresi Linear dengan Kuadrat Terkecil

Misal kita melakukan n kali pengukuran, dan pada pengukuran ke- i diperoleh data $\{x_i, y_i\}$. Andaikan kedua variabel terhubung secara linear, maka untuk setiap pengukuran berlaku

$$y_i = a + bx_i. \quad (1.11)$$

Bila kita kalikan persamaan di atas dengan x_i diperoleh

$$x_i y_i = ax_i + bx_i^2. \quad (1.12)$$

Selanjutnya, bila kita lakukan penjumlahan untuk seluruh data yang kita miliki, kedua persamaan di atas menghasilkan

$$\sum y_i = na + b\sum x_i \Leftrightarrow \bar{y} = a + b\bar{x}, \quad (1.13)$$

$$\sum x_i y_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2, \quad (1.14)$$

dengan notasi sigma dikerjakan untuk semua data, yakni $i = 1$ hingga $i = n$. Perhatikan bahwa besaran-besaran selain a dan b seluruhnya akan berupa angka, yang diperoleh dari data-data yang kira-kira dimiliki. Untuk menentukan a dan b , kita hanya perlu menentukan solusi dari sistem persamaan linear yang diberikan oleh dua persamaan terakhir, baik dengan cara substitusi maupun eliminasi.

Secara rinci, langkah analisis regresi linear adalah sebagai berikut:

1. Hitung \bar{x} , \bar{y} , $\sum x_i$ dan $\sum x_i^2$.
2. Hitung nilai b . Melalui eliminasi persamaan (1.13) dan (1.14) dapat diperoleh

$b = \frac{\bar{y}\sum x_i - \sum x_i y_i}{\bar{x}\sum x_i - \sum x_i^2}$. Formula ini juga dapat dinyatakan dalam bentuk

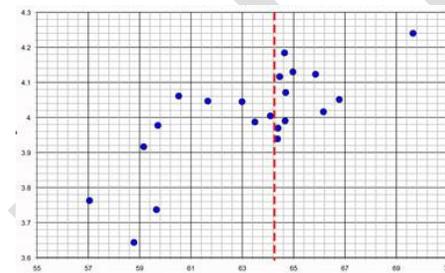
$$b = \frac{\sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})]}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

3. Hitung a dari persamaan (1.13).

Metode grafik

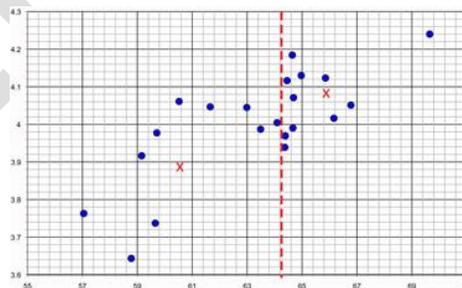
Pada metode ini, kita menyajikan data dalam diagram Kartesius kemudian membuat garis lurus yang paling cocok menggambarkan kecenderungan data, atau disebut garis tren (*trendline*). Garis tren tersebut membelah titik-titik data menjadi dua daerah, di kiri dan kanan garis, sedemikian sehingga garis tersebut tampak berada di tengah titik-titik data. Tidak ada langkah baku untuk membuat garis tren tersebut, namun langkah-langkah berikut dapat membantu kita membuat garis tren yang cukup baik:

1. Plot seluruh data pada diagram Kartesius. Perhatikan bahwa data-data tersebut *seharusnya* cenderung membentuk sebuah garis lurus. Bila ada data yang tampak sangat jauh menyimpang dari pola linear, kita dapat mengabaikannya atau menghapusnya dari grafik.
2. Gambar garis vertikal putus-putus yang membagi data menjadi dua bagian, kiri dan kanan sama banyak.



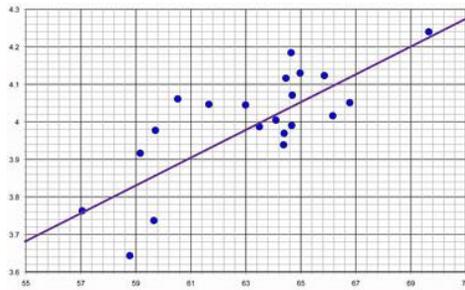
Gambar 1.6. Contoh garis putus-putus yang membagi data sama banyak.

3. Untuk setiap daerah di kiri dan kanan garis putus-putus, bagi data menjadi dua bagian secara vertikal. Tandai titik tengah dari tiap daerah dengan silang.



Gambar 1.7. Contoh tanda silang yang Membagi Rata Data pada Kedua Sisi.

4. Buatlah garis lurus yang melalui kedua tanda silang.



Gambar 1.8. Contoh garis tren regresi linear.

5. Evaluasi garis tersebut agar membagi data dengan jumlah kurang lebih sama pada bagian atas dan bagian bawah garis, mendistribusikan data secara merata, dan meminimalisasi rata-rata jarak dari garis ke setiap titik. Dengan bentuk umum persamaan $y = a + bx$, koefisien b diperoleh dari kemiringan garis dan konstanta a menyatakan titik perpotongan garis tren dengan sumbu vertikal.

4. LANGKAH PERCOBAAN

Di dalam laboratorium Anda akan diberikan alat-alat ukur dasar seperti penggaris, *stopwatch*, jangka sorong dan lain-lain seperti tertulis pada bagian alat-alat yang digunakan. Eksperimen yang dilakukan yaitu menentukan massa jenis suatu bahan dengan keteraturan dimensi, seperti balok dan bola.

4.1 Percobaan 1: Penentuan NST Alat Ukur

Menentukan NST alat ukur seperti: mikrometer sekrup, amperemeter, voltmeter, jangka sorong, penggaris plastik, busur derajat, termometer, *stopwatch*, hygrometer, dan barometer.

Catatan : Perhatikan nonius pada jangka sorong dan mikrometer sekrup. Tentukan NST alat ukur tersebut tanpa dan dengan nonius. Katupkan jangka sorong Anda rapat-rapat tetapi jangan dipaksa keras-keras dan catat kedudukan skala dalam keadaan ini. Bahas mengenai kedudukan titik nolnya.

4.2 Percobaan 2: Pengukuran Dimensi dan Massa Bahan Beraturan

1. Ambil sebuah jangka sorong dan mikrometer sekrup pada set alat yang telah diberikan.

2. Balok kuningan/alumunium: Ukur dimensi panjang, lebar dan tinggi sebanyak 6 kali terhadap masing-masing dimensi pada tempat pengukuran yang berbeda dari bahan tersebut menggunakan jangka sorong.
3. Bola besi : Ukur diameter sebanyak 6 kali pada tempat pengukuran yang berbeda dari bahan tersebut menggunakan mikrometer sekrup.
4. Massa balok dan bola dukur menggunakan neraca teknis dan NST alat ukur pun diambil sebagai data.
5. Lakukan tabulasi data dimensi untuk balok (p, l, t) dan bola (d). Karena yang digunakan dalam pengukuran ini adalah pengukuran berulang (hasil hanya disajikan menggunakan KTP mutlak) maka hitunglah **simpangan baku** dari data pengukuran yang diperoleh.
6. Hitung volume untuk balok dan bola beserta KTP-nya menggunakan perambatan ketidakpastian (**nilai volume dengan KTP mutlaknya**). Nilai volume disajikan dengan KTP relatifnya (**gunakan konsep angka berarti**).
7. Tentukan rapat massa bahan ($\rho = m/v$) dan gunakan perambatan ketidakpastiannya. **Jangan lupa konversi nilai KTP massa ke bentuk KTP relatif** (dilakukan karena berbeda metode dalam pengukurannya).

Tabel 1.3. Data Pengukuran Dimensi Balok.

Panjang (cm)	Lebar (cm)	Tinggi (cm)

Tabel 1.4. Data Pengukuran Diameter Bola.

Diameter (cm)	Jari-jari (cm)

4.3 Percobaan 3: Pengukuran data fisis keadaan laboratorium

1. Pengukuran suhu menggunakan termometer raksa yang ada di bagian depan pintu masuk laboratorium dalam skala Celsius ($^{\circ}\text{C}$) dengan penyajian menggunakan KTP pengukuran tunggal (mutlak dan relatif).
2. Pengukuran kelembaban menggunakan hidrometer (di depan pintu masuk dan di depan ruang K1) dengan penyajian menggunakan KTP pengukuran tunggal.
3. Pengukuran tekanan menggunakan barometer (depan ruang K1), data meliputi nilai P dan NST alat ukur. Nilai faktor koreksi untuk P karena pengaruh suhu yang terukur.
4. Tekanan terkoreksi, dibuat grafik faktor koreksi terhadap P lalu tentukan persamaan garisnya. Tentukan nilai koreksi untuk tekanan ruang yang terukur. Nilai koreksi tersebut mengurangi nilai P yang terukur dalam penyajian datanya yang dilengkapi KTP mutlaknya.
5. Gunakan regresi dan standar deviasi menggunakan kalkulator !

5. TUGAS ANALISIS

- 5.1 Mengapa terdapat faktor koreksi dalam pembacaan nilai P, mengapa dipengaruhi oleh suhu, serta mengapa nilai P yang terbaca harus dikurangi dalam koreksinya?
- 5.2 Ketidaccocokan nilai rapat massa bahan yang diperoleh dari eksperimen terhadap referensi.
- 5.3 Bagaimana cara menentukan NST dari alat ukur digital ?

6. PUSTAKA

Amend, Bill. (2011) : *Physics 16 Laboratory Manual*, Armhest College, 1 – 8.

Bentley, John P., 2005. *Principles of Measurement System*, Fourth Edition. London: Pearson Education.

Darmawan Djonoputro, B. (1984) : *Teori Ketidakpastian*. Penerbit ITB.

Halliday, Resnick. 2011. *Principles of Physics*. New Jersey: Wiley.

- Lee, Andrew. 2020. "Calculating A Least Squares Regression Line: Equation, Example, Explanation",
<https://www.technologynetworks.com/informatics/articles/calculating-a-least-squares-regression-line-equation-example-explanation-310265>, diakses pada 10 Agustus 2021 pukul 16.00.
- Loyd, David H. (2008) : *Physics Laboratory Manual*, Angelo University, 13 – 22.
- Physics Department. (2011) : *Introductory Physics Laboratory Manual*, The City University of New York, 3 – 6.
- School of Physics. 1995 : *Physics 160 Laboratory Manual*. University of Melbourne.
- Wenner, Jennifer M. 2021. "How do I construct a straight line through data points?",
<https://serc.carleton.edu/mathyouneed/graphing/bestfit.html>, diakses pada 10 Agustus 2021 pukul 16.30.